Федеральное агентство связи

Сибирский Государственный Университет Телекоммуникаций и Информатики

**Межрегиональный центр переподготовки специалистов**

# Контрольная работа

# По дисциплине: «Алгебра и геометрия»

**Выполнил**: Мурашкин Кирилл Константинович

**Группа**: ПБ-92

**Вариант:** 5

**Проверил**: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Новосибирск, 2019 г

1. **Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса**



*Воспользуемся методом Крамера.*

На основе СЛАУ составим матрицу:



… и вычислим ее определитель:



Так как определитель основной матрицы отличен от нуля, СЛАУ имеет единственно решение, и оно может быть найдено методом Крамера, а именно: (исправлена опечатка в формуле вычисления y)

   (1.1)

Чтобы вычислить , заменим первый столбец основной матрицы A на столбец свободных членов и вычислим определитель получившейся матрицы, получим:



Чтобы вычислить , заменим второй столбец основной матрицы A на столбец свободных членов и вычислим определитель получившейся матрицы, получим:



Чтобы вычислить , (вернул на место ) заменим третий столбец основной матрицы A на столбец свободных членов и вычислим определитель получившейся матрицы, получим:



Чтобы вычислить корни СЛАУ, подставим полученные значения в формулу (1.1)

  

Проверим полученные значения, подставив в изначальную СЛАУ:



Следовательно, найденные корни СЛАУ верны.

Ответ: x= -1; y= -2; z= -3

*Воспользуемся методом Гаусса.*

Запишем СЛАУ в виде расширенной матрицы и выполним над ней ряд элементарных преобразований.



Теперь перейдем ко второму этапу (обратный ход):



Мы получили те же корни, что и при решении методом Крамера, проверка уже была осуществлена.

Ответ: x= -1; y= -2; z= -3

**2. Для данной матрицы найти обратную матрицу (использовал условие из своего варианта)**



Обратную матрицу можно найти следующим образом:

, где - определитель основной матрицы, а  - транспонированная матрица алгебраических дополнений.

Найдем 



Построим матрицу алгебраических дополнений (подробно):



Транспонируем ее:



Следовательно:



3. Даны векторы (вектора из своего варианта)

Найти:

a) **угол между векторами  и ;**

b) **проекцию вектора  на вектор ;**

c) **векторное произведение ;**

d) **площадь треугольника, построенного на векторах .**

1. Воспользуемся формулой скалярного произведения.



В то же время



Таким образом,



Угол между векторами  и  составляет



1. проекция вектора  на вектор ;



1. векторное произведение ****

(записал вектор корректно, вернул потерянный минус перед коэффициентом вектора )



1. площадь треугольника, построенного на векторах 



4. **Даны координаты вершин треугольника**

******

1. составить уравнение стороны *АВ*
2. составить уравнение высоты *АD*
3. найти длину медианы *ВЕ*
4. найти точку пересечения высот треугольника *АВС*

Сделаем рисунок

**C**

**B**

**A**

a) Составим уравнение стороны AB (исправил арифметическую ошибку на последнем шаге)



b) Составим уравнение высоты AD

Используем уравнение прямой на плоскости, проходящей через данную точку (А) с данным нормальным вектором ()



Тогда искомое уравнение



Ответ: 

с) найдем длину медианы BE

Точка E расположена на середине вектора . Чтобы определить ее координаты, нам нужно разделить пополам координаты вектора , то есть E=(4, -2)

В таком случае задача сводится к поиску длины вектора 



Ответ: 

d) Найдем точку пересечения высот

Уравнение высоты AD мы уже нашли, теперь аналогичным образом найдем уравнение высоты BH. Для этого используем уравнение прямой на плоскости, проходящей через точку B с данным нормальным вектором 

Тогда искомое уравнение:



Теперь найдем точку пересечения высот AD и DH, для этого решим СЛАУ:



Следовательно, высоты пересекаются в точке (6,2), то есть в вершине B треугольника.

А еще уравнение высоты BH совпадает с уравнение стороны AB. Это само по себе означает, что треугольник ABC – прямоугольный с прямым углом при вершине B. То есть нам не нужно было решать СЛАУ, так как в прямоугольном треугольнике вершина при прямом угле является точкой пересечения высот. Но стирать жалко.

5. **Даны координаты вершин пирамиды**

A(5,1,3) B(0,-2,4) C(1,1,-3) D(1,2,-1)

1. Найти уравнение плоскости ABC

Уравнение плоскости по трем точкам вычисляется из определителя следующего вида:





**Ответ: **

1. Найдем уравнение прямой AD

Сперва найдем направляющие вектор этой прямой:



Уравнение прямой AD составим по точке A и направляющему вектору 



1. Вычислим угол между плоскостью ABC и прямой AD

По определению, угол между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярную к ней – это угол между прямой и ее проекцией на плоскость.

Мы уже определили направляющей вектор прямой AD



Определим нормальный вектор плоскости ABC (это коэффициенты в уравнении общего вида этой плоскости)



Перейдем к вычислению синуса угла между прямой и плоскостью. Можно доказать, что синус угла между прямой и плоскостью равен модулю косинуса угла между направляющим вектором прямой и нормальным вектором плоскости:

 (5.1)

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Докажем формулу (5.1)

Для этого изобразим плоскость () и прямую , угол между которыми мы ищем, а также направляющий вектор прямой () и нормальный вектор плоскости (), пересекающий прямую .



Заметим, что 

В соответствии с тригонометрическими формулами приведения:



Так как сумма углов не превышает девяноста градусов, и синус, и косинус положительны.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Значение вышеупомянутого косинуса можно вычислить, исходя из определения скалярного произведения векторов:



Таким образом



1. Вычислим объем пирамиды ABCD

Объем пирамиды, построенной на векторах , вычисляется следующим образом



Ответ: 